Lógica Animada: conversão funcional correta para Forma Normal Conjuntiva

Pedro Barroso
Mário Pereira
António Ravara

NOVA LINCS (UID/CEC/04516/2013)
DI/FCT-UNL
https://bitbucket.org/laforetbarroso/cnfwhy3

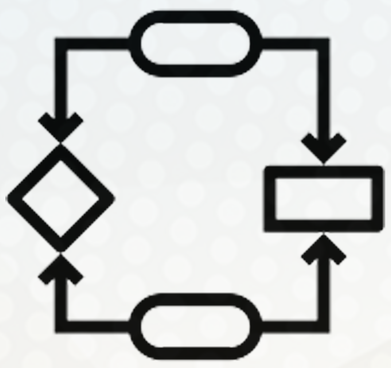
((¬p ∨ q) -> (p ∧ (r -> q))) →  → **(p ∨ ¬q ∨ p) ∧ (p ∨ ¬q ∨ ¬r ∨ q)**

Problema

- Apresentações do algoritmo demasiado formais ou informais.
- Difíceis de ler ou com definições textuais em pseudo-código não executável.

Objetivo

- Implementação funcional e prova de correção do algoritmo.
- Possibilidade de execução passo-a-passo.



Algoritmo

G = φ ::= T | p | ¬φ | φ ∨ φ | φ ∧ φ | φ -> φ
H ⊆ G, H sem implicações

ImplFree: G ⟶ H

$$\mathrm{ImplFree}(\varphi) = \begin{cases} \neg\mathrm{ImplFree}(\varphi_1), & \text{se } \varphi = \neg\varphi_1 \\ \mathrm{ImplFree}(\varphi_1) \vee \mathrm{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2 \\ \mathrm{ImplFree}(\varphi_1) \wedge \mathrm{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \\ \neg\mathrm{ImplFree}(\varphi_1) \vee \mathrm{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \\ \varphi, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

```
let rec impl_free (phi: formula) : formula_wi =
    begin match phi with
      | FNeg phi1 -> FNeg_wi (impl_free phi1)
      | FOr (phi1, phi2) -> FOr_wi ((impl_free phi1), (impl_free phi2))
      | FAnd (phi1, phi2) -> FAnd_wi ((impl_free phi1), (impl_free phi2))
      | FImpl (phi1, phi2) -> FOr_wi ((FNeg_wi (impl_free phi1)), (impl_free phi2))
      | FConst phi1 -> FConst_wi phi1
      | FVar phi1 -> FVar_wi phi1
    end
```

Implementação

Prova de correção

```
let rec function impl_free (phi: formula) : formula_wi
    variant { phi }
    ensures { forall v. eval v phi = eval_wi v result }
= match phi with
...
end
```

Contribuições

- Material de apoio à Lógica Computacional.
- Duas implementações verificadas em Why3:
  - Estilo direto.
  - Estrutura de pilha explicita no código.

FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia
NOVALINCS LABORATORY FOR COMPUTER SCIENCE AND INFORMATICS
UNIVERSIDADE BEIRA INTERIOR